

נוסחאון מתמטיקה

5 יחידות לימוד

אלגברה

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{השורשים:} \quad (a \neq 0) \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{משוואה ריבועית:}$$

סדרות:

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	כלל נסיגה:
$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	איבר n-י:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$	סכום:
$S = \frac{a_1}{1 - q} \quad \text{סכום אין-סופי:}$		

גדילה ודעיכה: כעבור זמן t : $M_t = M_0 \cdot q^t$, $q < 1$ – שיעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן

לוגריתמים:

$$(a, b, c > 0 ; a, b \neq 1) \quad \log_a(a^b) = b, \quad a^{\log_a b} = b, \quad \log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c, \quad \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c, \quad \log_a(b^t) = t \cdot \log_a b$$

הסתברות

נוסחת ברנולי – ההסתברות ל- k הצלחות מתוך n ניסיונות בהתפלגות בינומית כאשר

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad P_n(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k} \quad p: \text{ההסתברות להצלחה היא}$$

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad \text{נוסחת בייס:} \quad P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{הסתברות מותנית:}$$

טריגונומטריה וגאומטריה

זהויות:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

משפט הסינוסים: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$ (R – רדיוס המעגל החוסם)

משפט הקוסינוסים: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$ (γ היא הזווית הכלואה בין a ל- b)

אורך קשת של α רדיאנים: $\ell = \alpha R$ שטח גזרה של α רדיאנים: $S = \frac{1}{2} \alpha R^2$

שטח משולש: $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$ (α היא הזווית הכלואה בין b ל- c)

גופים במרחב

פירמידה וחרוט: נפח: $V = \frac{B \cdot h}{3}$ (B – שטח הבסיס, h – גובה הגוף)

חרוט: שטח מעטפת: $M = \pi R \ell$ (R – רדיוס העיגול, ℓ – הקו היוצר)

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות:

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(x^t)' = t x^{t-1} \quad (t \text{ ממשי})$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

נגזרת של מכפלת פונקציות: $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

נגזרת של מנת פונקציות: $\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

נגזרת של פונקציה מורכבת: $[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$

$u'(x)$ היא נגזרת של u לפי x (נגזרת פנימית)

ו- $f'(u)$ היא נגזרת של f לפי u (נגזרת חיצונית)

אינטגרלים:

$$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C \quad (t \neq -1, \text{ ממשי } t)$$

אם $F(x)$ היא פונקציה קדומה של הפונקציה $f(x)$ אז: $\int f(mx + b) dx = \frac{1}{m} F(mx + b) + C$

$$\int f[u(x)] \cdot u'(x) dx = F[u(x)] + C$$

מספרים מרוכבים

משפט דה-מואבר: $[R(\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = R^n(\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$

פתרונות המשוואה $z^n = R(\cos \varphi + i \sin \varphi)$: $z_k = \sqrt[n]{R} [\cos(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}) + i \sin(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n})]$

$k = 0, 1, 2, \dots, n-1$

וקטורים

אורך של וקטור: $|\underline{x}| = \sqrt{\underline{x} \cdot \underline{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

מישור דרך קצות הווקטורים \underline{a} , \underline{b} , \underline{c} : $\underline{x} = \underline{a} + t(\underline{b} - \underline{a}) + s(\underline{c} - \underline{a})$

מכפלה סקלרית: $\underline{x} \cdot \underline{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = |\underline{x}| \cdot |\underline{y}| \cos \alpha$

מרחק בין נקודה \underline{p} למישור $\underline{v} \cdot \underline{x} + e = 0$: $\frac{|\underline{v} \cdot \underline{p} + e|}{|\underline{v}|}$

מציאת זווית בין הישר $\underline{a} + t\underline{b}$ למישור $\underline{v} \cdot \underline{x} + e = 0$: $\sin \beta = \frac{|\underline{v} \cdot \underline{b}|}{|\underline{v}| \cdot |\underline{b}|}$

מציאת זווית בין המישורים $\underline{v}_1 \cdot \underline{x} + e_1 = 0$, $\underline{v}_2 \cdot \underline{x} + e_2 = 0$: $\cos \alpha = \frac{|\underline{v}_1 \cdot \underline{v}_2|}{|\underline{v}_1| \cdot |\underline{v}_2|}$

גאומטריה אנליטית

קו ישר:

שיפוע, m , של ישר העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

משוואת ישר $y = mx + b$ עם שיפוע m , העובר בנקודה (x_1, y_1) :

שיעורי הנקודה C המחלקת (בחלוקה פנימית) את הקטע שקצותיו הם $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ביחס $\frac{AC}{BC} = \frac{k}{\ell}$:

$$\left(\frac{\ell x_1 + k x_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + k y_2}{k + \ell} \right)$$

שני ישרים, בעלי שיפועים m_1, m_2 מאונכים זה לזה אם ורק אם

מרחק הנקודה (x_0, y_0) מהישר $Ax + By + C = 0$:

$$d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$

מעגל:

משוואת המשיק למעגל $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ בנקודה (x_0, y_0) על המעגל:

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

פרבולה:

משוואת המשיק לפרבולה $y^2 = 2px$ בנקודה (x_0, y_0) על הפרבולה:

מדריך של פרבולה:

$$x = -\frac{p}{2}$$

מוקד של פרבולה:

$$F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$$

אליפסה:

משוואת אליפסה:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

מרחק המוקד מהראשית:

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

סכום מרחקי נקודה על האליפסה מהמוקדים:

$$r_1 + r_2 = 2a$$