

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- | | | | | | | |
|-----------|---|--|---|---------------|---|------------|
| פרק ראשון | — | אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות | — | 20×2 | — | 40 נקודות |
| פרק שני | — | גאומטריה וטריגונומטריה במישור | — | 20×1 | — | 20 נקודות |
| פרק שלישי | — | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, | | | | |
| | | של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש | — | 20×2 | — | 40 נקודות |
| | | | | סה"כ | — | 100 נקודות |

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. בפיצרייה "נפולי" המחיר של פיצה משפחתית גבוה פי 3 מן המחיר של פיצה אישית.

בפיצרייה הכריזו על מבצע:

10% הנחה על קניית פיצה אישית,

20% הנחה על קניית פיצה משפחתית.

תלמידי שכבה י"א קנו 63 פיצות במבצע, חלקן אישיות וחלקן משפחתיות.

נתון כי מספר הפיצות המשפחתיות היה גדול פי 2.5 ממספר הפיצות האישיות.

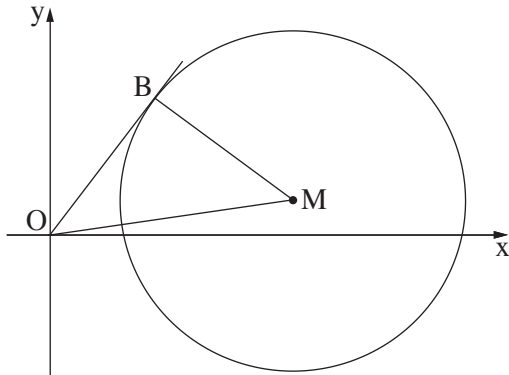
תלמידי שכבה י"א שילמו על הפיצות 3,477.6 שקלים סך הכול.

א. חשב את המחיר המקורי של פיצה אישית, ואת המחיר המקורי של פיצה משפחתית (המחירים שלפני ההנחה).

ב. לאחר שבוע הכריזו על מבצע אחר:

מי שישלם את המחיר המקורי בעבור שתי פיצות אישיות, יקבל פיצה אישית שלישית חינם.

כמה פיצות אישיות אפשר לקנות במבצע הזה תמורת 1,232 שקלים (כולל הפיצות שהתקבלו בחינם)?



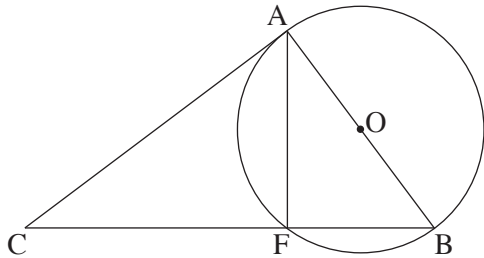
2. בציור שלפניך נתון מעגל שמרכזו M .
 ישר העובר בראשית הצירים משיק למעגל בנקודה $B(3, 4)$.
 חיברו את מרכז המעגל, M , עם ראשית הצירים, O .
 נתון: משוואת הישר OM היא $y = \frac{1}{7}x$.
- א. מצא את משוואת הישר BM .
 ב. מצא את משוואת המעגל.
 ג. המשך הקטע BM חותך את המעגל בנקודה C .
 מצא את שטח המשולש OBC .
 ה. העבירו מעגל נוסף כך ש- OM הוא קוטר שלו.
 ד. האם המרכז של המעגל הנוסף נמצא בתוך המעגל שמרכזו M , עליו או מחוצה לו? נמק ופרט את חישוביך.

3. ל- 8% בדיוק מחברי מועדון ג'ודו ארצי יש חגורה שחורה.
 א. בוחרים באקראי 6 מן החברים במועדון.
 (1) מהי ההסתברות שבדיוק ל- 2 מהם יש חגורה שחורה?
 (2) מהי ההסתברות שאין חגורה שחורה לאף לא אחד מן ה- 6 שנבחרו?
 $\frac{1}{5}$ מן החברים במועדון הם מדריכים, והשאר חניכים.
 75% מחברי המועדון שיש להם חגורה שחורה הם מדריכים.
 ב. בחרו באקראי חבר מועדון.
 מהי ההסתברות שהחבר שנבחר הוא חניך שיש לו חגורה שחורה?
 ג. בחרו באקראי חניך חבר במועדון.
 מהי ההסתברות שיש לו חגורה שחורה?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. נתון מעגל שמרכזו O .

C היא נקודה מחוץ למעגל, כך שהישר CA משיק למעגל בנקודה A .

מן הנקודה C העבירו ישר החותך את המעגל

בנקודות F ו- B , כמתואר בציור, כך ש- AB הוא קוטר במעגל.

א. הוכח: $\triangle AFB \sim \triangle CAB$.

נתון: $FC = 16$, $FB = 9$.

ב. חשב את קוטר המעגל, AB .

ג. חשב את שטח המשולש CFA .

ד. האם $\triangle CFA \sim \triangle CAB$? הוכח את תשובתך.

5. נתון משולש ABC .

הנקודה D נמצאת על הצלע AB כך ש- $BD = 2DA$ (ראה ציור).

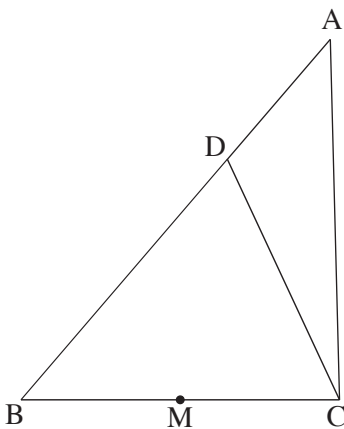
נתון: $\angle DCB = 65^\circ$, $DC = 10$, $BC = 12$.

א. חשב את אורך הקטע BD .

ב. חשב את שטח המשולש ADC .

הנקודה M היא אמצע הקטע BC .

ג. האם הנקודה M היא מרכז המעגל החוסם את המשולש BDC ? נמק.



**פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).
שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = -2 + \sqrt{-x^2 + 5x}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x ?

ג. מצא את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$, שתחום הגדרתה הוא תחום ההגדרה של $f(x)$. c הוא פרמטר.

ו. מה הם כל ערכי c שבעבורם הפונקציה $g(x)$ חיובית בכל תחום הגדרתה?

7. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל $x \neq 0$.

בציור שלפניך מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת גם היא לכל $x \neq 0$,

וחותכת את ציר ה- x בנקודות $(-2, 0)$, $(2, 0)$.

א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגן על פי הגרף.

נתון: $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + a$ לכל $x \neq 0$. $a > 0$ הוא פרמטר.

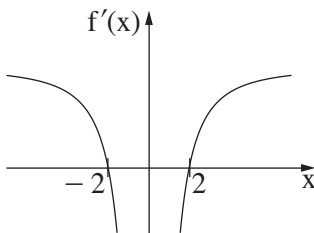
ב. מצא את a .

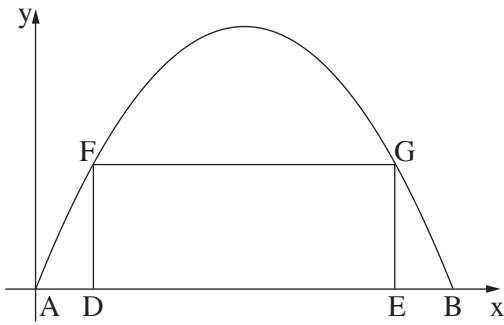
ענה על סעיף ג בעבור $x > 0$.

שיעור ה- y של נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ הוא 10.

ג. (1) כתוב ביטוי אלגברי לפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בעבור $x > 0$.





8. המלבן DFGE חסום בין גרף הפרבולה $y = -x^2 + 6x$ ובין ציר ה- x , כמתואר בציור. הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של גרף הפרבולה עם ציר ה- x , כמתואר בציור. k הוא פרמטר. נתון: $0 < k < 3$. נתון: $AD = EB = k$.
- א. הבע באמצעות k את אורכי הצלעות של המלבן DFGE.
- ב. מצא את k שבעבורו שטח המלבן DFGE הוא מקסימלי. תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

בהצלחה!